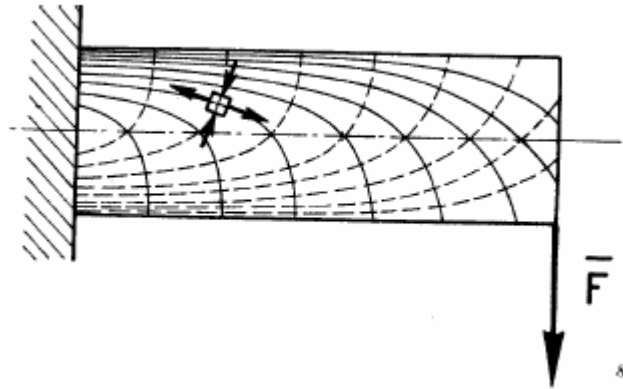


## LINEE ISOSTATICHE E CURVA DELLE PRESSIONI

Quando un corpo è sollecitato da forze esterne si instaurano nel suo interno delle tensioni. Le tensioni sono forze per unità di superficie e possono decomporre in una componente normale (cioè perpendicolare alla superficie considerata) ed in una tangenziale (cioè parallela alla superficie stessa). Le tensioni possono avere valore positivo e negativo a seconda della direzione. Ad esempio una tensione normale negativa è una pressione nel vero senso della parola cioè che preme sulla superficie. Il valore e il tipo di tensioni all'interno del corpo dipendono da due cose: il punto considerato e il piano ideale passante per quel punto. Infatti concentriamoci su un punto all'interno dell'oggetto sollecitato. Immaginiamo poi di ruotare il piano immaginario, rispetto al quale vogliamo calcolare le tensioni applicate, intorno al punto. La tensione che si avrà in quel punto e su quel piano cambierà a seconda dell'orientazione del piano stesso. Tale tensione può essere graficamente rappresentata con un vettore. Ebbene il vettore cambierà modulo (cioè lunghezza) e direzione al cambiare dell'orientazione del piano. Questo vuol dire che lo stato tensionale in un punto del corpo non può essere rappresentato con un vettore ma con un'entità matematica più complessa che porta il nome di tensore (non ci soffermeremo oltre su questo aspetto che pur essendo molto interessante ci porterebbe troppo lontano). Tra tutti i piani passanti per il punto in questione vi è sempre un piano in cui la tensione risulta perpendicolare. In tal caso la tensione viene chiamata tensione principale. **Le linee isostatiche rappresentano le traiettorie costruite dalle tangenti ai vettori delle tensioni principali.** Ad esempio nella figura seguente è riportato il caso di un corpo incastrato e caricato in punta da una forza  $F$ . All'interno del corpo sono riportate linee isostatiche continue che sono relative alle tensioni principali di trazione, mentre quelle tratteggiate sono relative a tensioni principali di compressione (sono cioè delle pressioni). Notare che all'interno della figura sono riportate, raggruppate in un quadratino, anche le tracce di quattro piani (che sono perpendicolari al piano della figura) su cui si esercitano le tensioni rappresentate dai quattro vettori..



Si nota infatti che le frecce che tendono a comprimere l'elementino cubico sono tangenti alle linee isostatiche tratteggiate mentre le frecce che tendono a tirare l'elementino sono tangenti alle linee isostatiche continue. Le linee isostatiche di trazione e di compressione sono infinite, nel disegno sono rappresentate soltanto alcune ma è facile immaginare l'andamento delle altre. La curva delle pressioni invece è il luogo dei centri di pressione. Il centro di pressione è il punto di applicazione della risultante degli sforzi interni su una certa sezione. A differenza delle linee o curve isostatiche la curva delle pressioni è una soltanto in quanto rappresenta la risultante (cioè la somma di tutte le forze elementari che si esercitano su ogni elemento di area di ciascuna sezione trasversale) degli sforzi in ciascuna sezione trasversale. L'uso tipico della curva delle pressioni è nella progettazione delle costruzioni civili ad esempio nel caso di progettazione di archi. Gli archi anticamente erano realizzati con materiali in grado di resistere solo a compressione. Per gli archi era dunque importante scegliere la loro forma in modo tale che l'asse dell'arco (per asse intendiamo la linea che riproduce in forma stilizzata l'arco stesso o, in termini più rigorosi, l'asse è la linea che unisce tutti i baricentri delle sezioni trasversali dell'arco) fosse il più prossimo possibile a quello della curva delle pressioni. Naturalmente l'azione dei carichi (ad esempio nei ponti) non era costante nel tempo. Come si poteva garantire che una curva delle pressioni, che si modificava nel tempo, potesse rimanere prossima all'asse dell'arco che invece era fisso nel tempo? Facendo la struttura dell'arco molto massiccia in modo tale che i carichi permanenti (cioè il peso proprio) fossero molto maggiori del carico variabile costituito dai mezzi in transito sopra il ponte. In tal modo la variazione della curva di pressione era minima e la stabilità del ponte era garantita. Gli archi venivano realizzati usando dei conci con le superfici a contatto che si dovevano scambiare idealmente soltanto forze perpendicolari. Da quanto detto sopra, fissata una superficie, (la superficie inclinata del concio) il tensore degli sforzi in un punto di quella superficie diventa uno

Cantieri per il Restauro dell'Architettura

ANNO ACCADEMICO 2011/2012

LEZIONE 2

PROF.ING.DONATO CARLEA

sforzo che essendo normale è assimilabile ad uno sforzo principale. Abbiamo detto che la forma staticamente ideale dell'arco si ottiene quando la curva delle pressioni è prossima all'asse dell'arco stesso. Più rigorosamente la curva delle pressioni deve essere all'interno del "nocciolo di inerzia" di ogni sezione trasversale dell'arco. (Il nocciolo di inerzia è una porzione della sezione centrata sul baricentro di sezione). Questa condizione garantisce che sulla superficie inclinata del concio sono applicate solo sforzi di compressione. Con strutture monolitiche, facilmente realizzabili usando ad esempio cemento armato o acciaio o legno lamellare, è possibile realizzare archi per cui la condizione su citata non è rispettata. Ciò è possibile in quanto i materiali citati in forma monolitica sono in grado di resistere anche a trazione. Con strutture monolitiche fatte di tali materiali, ma anche di pietra (basti pensare alle porte realizzate nelle mura ciclopiche) è possibile costruire travi orizzontali. Tali travi sono usate ad esempio nei viadotti autostradali. Non sarebbe possibile realizzare queste travi mettendo dei conci parallelepipedi uno a fianco all'altro perché una struttura non monolitica non è in grado di sopportare sforzi di trazione che si producono, già soltanto con il peso proprio. Però se disponiamo i conci per formare un arco, nei piani di contatto tra i conci si sviluppano soltanto forze di compressione perpendicolari alla superficie. (In realtà è ammissibile anche l'insorgenza di deboli sforzi tangenziali sulla superficie di contatto del concio grazie alla presenza dell'attrito).

In conclusione:

- le linee isostatiche sono infinite (ne passano due (una per la trazione ed una per la compressione) per ogni punto di ogni sezione trasversale dell'oggetto caricato) e ci dicono la direzione (non l'entità) dello sforzo principale che si esercita su una superficie perpendicolare alla linea in quel punto. la curva delle pressioni è una soltanto e rappresenta la risultante (cioè la somma di tutte le forze elementari che si esercitano su ogni elemento di area di ciascuna sezione trasversale) degli sforzi in ciascuna sezione trasversale.